Контрольная работа № 1
по курсу «Теория вероятностей»
(вариант 1)

Ф.И.О. ____________________________________ Номер группы __________

Задание 1. Группа состоит из 20 студентов. Известно, что 10 студентов из группы знают английский и французский (но не немецкий), 6 студентов из группы знают французский и немецкий (но не английский), 4 студента из группы знают английский и немецкий (но не французский). Пусть

$$A = \{\text{студент знает английский язык}\},$$
$$B = \{\text{студент знает французский язык}\}.$$

Из скольких студентов состоит группа $A \backslash B$?

Ответ.

Задание 2. В шахматной школе учатся 90 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно составить команду из трех человек для поездки на соревнования так, чтобы в команду вошла хотя бы одна девочка?

Ответ.

Задание 3. Рассматриваются 6 различных языков (русский, французский, немецкий, китайский, английский и японский). Сколько словарей нужно иметь для перевода с любого из этих языков на любой из этих шести?

Ответ.

Задание 4. Монету бросают 10 раз. Какова вероятность, что герб выпадет при этом ровно 3 раза (считаем, что на ребро монета не становится)?

Ответ.

Решения для контрольной работы № 1 по курсу «Теория вероятностей» (вариант 1)

Решение 1 (для Задания 1). Заметим, что

$A \backslash B = \{$студент знает английский и немецкий языки (но не французский)$\}$.

Эта группа состоит из 4 человек.

Решение 2 (для Задания 2). Пусть ученики пронумерованы от 1 до 100. Всего различных троек (считается, что перестановки внутри тройки не приводят к различным тройкам) имеется

$$n = \binom{100}{3} = \frac{100 \times 99 \times 98}{1 \times 2 \times 3} = 161700.$$

Пусть

$$A = \{\text{в тройке содержится хотя бы одна девочка}\}.$$

Число троек, в которых нет ни одной девочки —

$$k = \binom{90}{3}.$$

Число троек, в которых есть хотя бы одна девочка — остальные, т.е.

$$n - k = \binom{100}{3} - \binom{90}{3}.$$

Решение 3 (для Задания 3). Любой словарь эквивалентен паре (x_1, x_2), где $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ — перечисленные в задаче языки, причем первый элемент вектора (x_1, x_2) — язык, с которого делается перевод, а второй элемент вектора (x_1, x_2) — язык, на который делается перевод. Первый элемент пары может быть выбран шестью способами, а второй элемент может быть выбран пятью способами (так, словаря «с русского на русский» не существует). Итого, число различных словарей равно $6 \times 5 = 30$.

Решение 4 (для Задания 4). Десятикратное бросание монеты — составление строки длиной 10 из элементов (g, r). Всего таких строк — 2^{10}. Число строк, в которых «g» встречается 3 раза, есть $\binom{10}{3}$ (или[1] же $\binom{10}{7}$, что равно числу строк, где «r» встречается 7 раз). Искомая вероятность равна $\binom{10}{3}/2^{10} = (10 \times 9 \times 8)/(3! \times 2^{10}) = 15/128$.

[1]Проверить, что $\binom{10}{3} = \binom{10}{7}$.