Контрольная работа № 1
по курсу «Теория вероятностей»
(вариант 2)

Ф.И.О. ______________________________ Номер группы ________

Задание 1. Группа состоит из 20 студентов. Известно, что 10 студентов из группы знают английский и французский (но не немецкий), 6 студентов из группы знают французский и немецкий (но не английский), 4 студента из группы знают английский и немецкий (но не французский).

$$A = \{\text{студент знает английский язык}\}$$

$$B = \{\text{студент знает французский язык}\}$$

Из скольких студентов состоит группа $B \backslash A$?

Ответ.

Задание 2. В лотерее разыгрывается 100 билетов. Выигрышными из них являются ровно 10 билетов. Человек покупает (вынимает наудачу) три билета. Какова вероятность того, что хотя бы один из этих трех билетов — выигрышный?

Ответ.

Задание 3. Сколько пятизначных чисел можно составить так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

Ответ.

Задание 4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них будет в точности один туз.

Ответ.

Решения для контрольной работы № 1 по курсу «Теория вероятностей» (вариант 2)

Решение 1 (для Задания 1). Заметим, что

$$B\backslash A = \{\text{студент знает французский и немецкий (но не английский)}\}.$$

Эта группа состоит из 6 человек.

Решение 2 (для Задания 2). Пусть билеты пронумерованы от 1 до 100. Можно говорить, что «наугад производится выборка (без возвращения) трех билетов из 100». Всего различных троек (различными считаются только те, которые содержат не все одинаковые билеты; перестановки внутри тройки не приводят к различным тройкам) имеется

$$n = \binom{100}{3} = \frac{100 \times 99 \times 98}{1 \times 2 \times 3} = 161700.$$

Пусть

$$A = \{\text{хотя бы один билет из тройки — выигрышный}\}.$$

Число троек, в которых нет ни одного выигрышного билета —

$$k = \binom{90}{3}.$$

Число троек, в которых есть хотя бы один выигрышный —

$$n - k = \binom{100}{3} - \binom{90}{3}.$$

Поэтому

$$\mathbf{P}(A) = \frac{n-k}{n} = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{\binom{90}{3}}{\binom{100}{3}} = 1 - \frac{90 \times 89 \times 88}{100 \times 99 \times 98} \approx 0{,}271.$$

Решение 3 (для Задания 3). Пятизначное число — это строка

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5),$$

где x_1 — любая цифра, отличная от нуля (т.е., 9 возможностей: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), x_2 — любая цифра, отличная от x_1 (т.е., снова 9 возможностей: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, но не x_1), и т.д. Потому пятизначных чисел, у которых любые две соседние цифры различны, имеется

$$\underbrace{9 \times 9 \times 9 \times \cdots \times 9}_{5\ \text{раз}} = 9^5.$$

Решение 4 (для Задания 4). Всевозможных комбинаций по три карты из 36 есть $\binom{36}{3}$. Один туз можем выбрать $\binom{4}{1} = 4$ различными способами. Две карты, обе не тузы, можем выбрать $\binom{32}{2}$ различными способами. Всего благоприятных способов будет $\binom{4}{1} \times \binom{36}{2}$. Искомая вероятность равна

$$p = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{36}{2}}{\binom{36}{3}} = \frac{31 \times 16}{35 \times 3 \times 17} = \frac{496}{1785} \approx 0{,}2778.$$