



Круглый стол «Современные вопросы actuarial деятельности»

Москва, 19 мая 2006

Round table «Topical aspects of actuarial profession»

Moscow, May 19 2006

# АКТУАРНАЯ ПРОФЕССИЯ И РОССИЙСКАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ ШКОЛА

*Всеволод Малиновский*



# ACTUARIAL PROFESSION AND RUSSIAN PROBABILITY SCHOOL

*Vsevolod K. Malinovskii*



## РЕЗЮМЕ

Актуарная профессия в России: вековой юбилей

Российская вероятностная школа

О подготовке российских актуариев по международным стандартам

Актуарии — *ПРАКТИЧЕСКАЯ* профессия



# Актуарная профессия в России: вековой юбилей

## Обращение учредителей<sup>1</sup>

Милостивые государи! У нижеподписавшихся возникла мысль об учреждении в Санкт-Петербурге общества страховых знаний.

К этой мысли привели их нижеследующие соображения.

Расцвет страхования в новейшее время вызван потребностями современной экономической действительности, а также политикой некоторых европейских держав в области рабочего вопроса. Благодетельность страхования ныне общепризнана, круг лиц, стремящихся к той или иной форме его, все расширяется, и ежедневно возникают весьма сложные вопросы в области техники страхования. Теоретическая разработка математических основ страхования является ныне насущной необходимостью, причем многообразие и трудность возникающих вопросов требуют сотрудничества большого круга лиц.

• • •

Математик, экономист, юрист, врач, техник, страховой деятель — все должны объединиться для разработки вопросов страхования.

Нижеподписавшиеся считают долгом указать в заключение, что цель общества — чисто теоретическая работа в указанном выше направлении.

---

<sup>1</sup>Страховое обозрение, № 6, июнь 1908, с. 437.



*Круглый стол «Современные вопросы актуарной деятельности»*

*Москва, 19 мая 2006*

Round table «Topical aspects of actuarial profession»

Moscow, May 19 2006

Предлагая Вам вступить в число членов Общества и препровождая утвержденный в подлежащем порядке Устав Общества, нижеподписавшиеся просят Вас на прилагаемом при сем бланке сообщить, угодно ли будет Вам принять наше предложение.

Первое собрание членов Общества предполагается назначить в начале июня. О времени и месте собрания будет заблаговременно сообщено отдельными повестками.

*Остроградский Михаил Александрович  
(Литейный, 30)*

*Белоцветов Николай Алексеевич  
(Гороховая, 4)*

*Покотилев Александр Дмитриевич  
(Каменноостровский, 1)*

*Савич Сергей Евгеньевич  
(Николаевская, 35)*



Постоянный комитет международных конгрессов актуариев был реорганизован в Международную актуарную ассоциацию (International Actuarial Association). К настоящему времени было проведено 27 международных конгрессов актуариев.

Первый — в 1895 г. в Брюсселе,  
второй — в 1898 г. в Лондоне,  
третий — в 1900 г. в Париже,  
четвертый — в 1903 г. в Нью-Йорке,  
пятый — в 1906 г. в Берлине,  
шестой — в 1909 г. в Вене,  
седьмой — в 1912 г. в Амстердаме,  
восьмой — в 1927 г. в Лондоне,  
девятый — в 1930 г. в Стокгольме,  
десятый — в 1934 г. в Риме,  
одиннадцатый — в 1937 г. в Париже,  
тринадцатый — в 1951 г. в Шевенингене,  
четырнадцатый — в 1954 г. в Мадриде,  
пятнадцатый — в 1957 г. в Нью-Йорке,

шестнадцатый — в 1960 г. в Брюсселе,  
семнадцатый — в 1964 г. в Лондоне и  
Эдинбурге,  
восемнадцатый — в 1968 г. в Мюнхене,  
девятнадцатый — в 1972 г. в Осло,  
двадцатый — в 1976 г. в Токио,  
двадцать первый — в 1980 г. в Цюрихе и  
Лозанне,  
двадцать второй — в 1984 г. в Сиднее,  
двадцать третий — в 1988 г. в Хельсинки,  
двадцать четвертый — в 1992 г. в Монреале,  
двадцать пятый — в 1995 г. в Брюсселе,  
двадцать шестой — в 1998 г. в Бирмингеме,  
двадцать седьмой — в 2002 г. в Канкуне.

Очередной конгресс планируется провести в 2006 г. в Париже.

Планировалось провести конгресс в **С.-Петербурге** в **1915 г.**, но он не состоялся из-за Первой мировой войны; двенадцатый конгресс планировалось провести в 1940 г. в Люцерне, но он не состоялся из-за Второй мировой войны; статьи, представленные на этот конгресс были опубликованы.



## М. Чейссон: «Актуарии и закон»<sup>1</sup>.

... Наука должна быть путеводной звездой для законодателя, а не средством к его порабощению. Никогда не следует, чтобы актуарии, опираясь на поговорку «*numeri regunt mundum*» (числа управляют миром), выражали стремление господствовать в мире политики. Подобно тому как сердце руководствуется причинами, которых не признает рассудок, так и политика может иметь причины, которые неизвестны науке. Возможно, что законодатель должен иногда считаться с требованиями более уважительными, чем научная точность; *но если ему иногда и придется пренебречь последнею, то все-таки необходимо, чтобы он имел ясное представление о жертвах, которые он должен принести политике, чтобы довести их до minimum'a и возвратиться к правильным принципам, как только позволят обстоятельства.*

Если актуарий пожелает удовольствоваться ролью такого скромного и верного советника, который умеет управлять обстоятельствами, не вдаваясь в отвлеченности, который ограничивается своей специальной областью, не вмешиваясь в посторонние, который дает свои советы, не навязывая их, и который предоставляет времени доказать, что его мнениями пренебрегать нельзя, если не желают наделать себе затруднений, в которых после придется раскаяться, то авторитет его с каждым днем будет возрастать. Парламент и администрация, доверяя ему все больше и больше, будут обращаться к нему по каждому вопросу, требующему его компетентного вмешательства; социальные законы, лучше подготовленные, лучше составленные и подлежащие лучшему надзору при исполнении, не будут больше испытывать тех реакций, которые влекут за собой неизбежные недочеты, происходящие от незнания технических правил, и дадут тогда те хорошие результаты, которых от них ожидали; актуарии же и само государство только выиграют от этого.

---

<sup>1</sup>Страховое обозрение, № 11, ноябрь 1897, с. 648–652; № 12, декабрь 1897, с. 737–742.



## Российская вероятностная школа

Харальд Крамер: «Полвека с теорией вероятностей: наброски воспоминаний»<sup>1</sup>.

Гл. III, п. 4: Новая русская школа.

В конце 20-х годов стало ясно, что в Советском Союзе происходит интенсивное развитие работ в области теории вероятностей. В своей замечательной работе 1927 года **С. Н. Бернштейн** рассмотрел распространение центральной предельной теоремы на суммы случайных величин, которые не обязательно должны быть независимыми. Он предложил интересный метод, который позволил работать с подобными случаями; я остановлюсь на нем ниже. Основные русские работы того периода были, однако, сделаны двумя совсем молодыми математиками **А. Я Хинчиным** и **А. Н. Колмогоровым**, которым суждено было стать лидерами последующего развития этой области. В совместной работе 1925 года они доказали знаменитую «теорему трех рядов», определяющую необходимые и достаточные условия сходимости ряда, членами которого являются независимые случайные величины. Вероятность сходимости такого ряда может быть равна только нулю или единице, что представляет собой частный случай так называемого «закона 0 или 1», открытого тогда же. В работе 1928 года Колмогоров доказал известное неравенство для сумм независимых случайных величин, являющееся существенно улучшенным обобщением хорошо известного элементарного неравенства **Чебышева**.

<sup>1</sup>**Harald Cramér**. «Special Invited Paper. Half a Century with Probability Theory: Some Personal Recollections», *The Annals of Probability*, 1976, vol. 4, № 4, 509–546.



• • •

В 1929 году Колмогоров опубликовал доказательство так называемого закона повторного логарифма, установленного до этого Хинчиным для частного случая.

• • •

Общее утверждение, доказанное Колмогоровым, произвело огромное впечатление и расчистило путь для отождествления вероятности с мерой, которое он должен был вскоре осуществить.

• • •

В статье, опубликованной в 1931 году, Колмогоров изложил результаты изучения одного общего класса случайных процессов, который позже получил известность под названием марковских процессов в связи с тем, что такие процессы являются естественным обобщением классического понятия цепей Маркова.

Имя КОЛМОГОРОВА цитировано Крамером 42 раза,  
имя ХИНЧИНА цитировано 20 раз.

Леонард ЭЙЛЕР  
Даниил БЕРНУЛЛИ

А.А. МАРКОВ  
П.Л. ЧЕБЫШЕВ

А.М. ЛЯПУНОВ  
С.Н. БЕРНШТЕЙН





#### Гл. VI, п. 4: Москва — 1955 год.

В мае 1955 года Московский университет отмечал свое двухсотлетие, и я получил приглашение представлять на торжествах Стокгольмский университет. Это было крупное событие, мне же оно дало возможность лично познакомиться с советскими математиками, работы которых в столь сильной степени способствовали развитию теории вероятностей. К сожалению, **Хинчин** был болен, вскоре он умер, но я встретился с **Колмогоровым**, который произвел на меня, впечатление значительной личности и очень крупного ученого, я имел несколько интересных бесед с ним.

Мне было приятно так же познакомиться и с другими членами их вероятностной группы. Среди них были **Дынкин**, приступавший к своей значительной работе по марковским процессам, **Гнеденко**, написавший вместе с Колмогоровым книгу по предельным задачам (о ней шла речь выше), **Линник**, начинавший изучать большие отклонения, тему, столь близкую к моей собственной работе 1937 года, **Яглом** и **Розанов**, получившие выдающиеся результаты по стационарным процессам, и многие другие. *Научная деятельность этой группы была превосходна*, и они подготовляли издание нового журнала — **«Теория вероятностей к ее применениям»**; вскоре он завоевал ведущую позицию в этой области в международном масштабе<sup>1</sup>. В связи с двухсотлетием состоялась и математическая конференция, на которой я прочел лекцию, посвященную своей недавней работе — задаче о разорении.

---

<sup>1</sup>They formed a group of wonderful scientific activity, and were preparing to start their new Journal of Probability Theory and its Applications, which soon acquired an internationally leading position in the field.



## Гл. VI, п. 5: Книги по теории вероятностей.

Первый универсальный учебник по теории вероятностей был написан **Феллером** и появился в 1950 году; в 1966 году вышел его второй том. Для молодого поколения 50-х годов эта книга являлась прекрасным введением в новую важную область научных исследований. В ней была дана основная теория, а также значительное число приложений. Написана она была в блестящем стиле, присущим ее автору.

• • •

Русский учебник, выпущенный в 1967 году **Прохоровым** и **Розановым**, является хорошо написанной и полезной книгой, в которой учтены последние результаты; книга характеризует высокий класс работ в нашей области, ведущихся в Советском Союзе.

• • •

**Яглом** (1952 г.) написал хорошее введение в теорию стационарных процессов. Подробная монография, посвященная этому важному классу процессов, была опубликована **Розановым** в 1963 году. В первой части совместной книги **Линника** и **Ибрагимова** (1965 г.) содержится исчерпывающий обзор работ Линника и его группы по большим отклонениям для сумм независимых случайных величин, вторая же часть посвящена стационарным процессам. Обе книги (Розанова и Линника–Ибрагимова) содержали новые важные результаты, например обобщение центральной предельной теоремы на случай стационарных процессов. Еще одна монография Розанова (1968 г.), посвященная бесконечномерным гауссовым распределениям, содержит прекрасную главу, в которой рассматривается задача эквивалентности или перпендикулярности нормальных распределений в функциональном пространстве.



# О подготовке российских актуариев по международным стандартам — I

## БАЗОВАЯ ТЕХНИКА (CORE TECHNICAL)

### Финансовая математика (Financial Mathematics)

- Жуленев С.В. *Финансовая математика. Введение в классическую теорию*. 480 стр., 2001 г. Издательство: МГУ.
- Кочович Е. *Финансовая математика: с задачами и решениями*. Издательство: Финансы и статистика, 2004, 384 с.

### Бухгалтерская и финансовая отчетность (Finance and Financial Reporting)

- 1. МСФО (IFRS) 3 «Объединение бизнеса» — версия на английском языке. 2. МСФО (IFRS) 4 «Договоры страхования» — версия на английском языке. 3. МСФО (IAS) 1 «Представление финансовой отчетности». 4. МСФО (IAS) 2 «Запасы». 5. МСФО (IAS) 7 «Отчет о движении денежных средств». 6. МСФО (IAS) 10 «События после отчетной даты». 7. МСФО (IAS) 16 «Основные средства». 8. МСФО (IAS) 17 «Аренда». 9. МСФО (IAS) 21 «Влияние изменений валютных курсов». 10. МСФО (IAS) 32 «Финансовые инструменты: раскрытие и представление информации». 11. МСФО (IAS) 36 «Обесценение активов». 12. МСФО (IAS) 37 «Резервы, условные обязательства и условные активы». 13. МСФО (IAS) 38 «Нематериальные активы». 14. МСФО (IAS) 39 «Финансовые инструменты: признание и оценка». 15. МСФО (IAS) 40 «Инвестиционная собственность».



## Теория вероятностей и математическая статистика (Probability and Mathematical Statistics)

- ...

### Моделирование (Models)

- Лемер Ж. *Автомобильное страхование. Actuarial models*. Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 2003, 307 с.
- Лемер Ж. *Системы бонус-малус в автомобильном страховании*. Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 2003, 259 с.
- Daykin, C.D., Pentikäinen, T., Pesonen, M. *Practical Risk Theory for Actuaries*. Chapman and Hall, London, etc., 1996.

### Актуарная математика (Contingencies)

- Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. *Актуарная математика*. Перев. с англ., М.: «Янус-К», 2001, 644 с.
- Гербер Х. *Математика в страховании жизни*. Перев. с англ., М.: «Мир», 1995, 156 с.
- Савич С.Е. *Элементарная теория страхования жизни и трудоспособности*. Изд. 3-е, исправленное, с дополнениями. М.: Янус-К, 2003, 496 с.
- Фалин А.И., Фалин Г.И. *Введение в актуарную математику*. М., ФАЦ МГУ, 1994, 85 с.
- Фалин Г.И. *Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем*. М.: МГУ, 1996, 221 с.
- *Основы актуарной математики*, мод. 1, 2. Под ред. С. Хэбермана и др., Institute and Faculty of Actuaries, Перев. с англ., Кемерово, 1996.
- *Основы актуарной математики*, третья и четвертая части. Перев. с англ. 2000, 116 с. + 56 с.



### **Статистические методы (Statistical Methods)**

- Крамер Г. *Математические методы статистики*. М.: ИЛ, 1948, 632 с.; 2-е изд.: М.: Мир, 1975, 648 с.
- Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. *Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных*. М.: Финансы и статистика, 1983, 471 с.
- Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. *Прикладная статистика: исследование зависимостей*. М.: Финансы и статистика, 1985, 487 с.

### **Экономика страхования (Economics)**

- Бланд Д. *Страхование: принципы и практика*. Фин. акад. при Правительстве РФ, М.: Финансы и статистика, 2000, 414 с.
- Пфайффер К.-М. *Введение в перестрахование*. М.: Анкил. 2000, 154 с.

### **Финансовая экономика (Financial Economics + Business Awareness)**

- Панджер Х., Бойль Ф., Кокс С., Дюфрень Д., Гербер Х., Мюллер Х., Педерсен Х., Плиска С., Шеррис М., Шиу Э., Тан К.С. *Финансовая экономика с приложениями к инвестированию, страхованию и пенсионному делу*. Перев. с англ., М.: «Янус-К», 2005, 564 с.

<http://www.actuaries.fa.ru>  
<http://www.actuaries.fa.ru/eng>



## I. БАЗОВЫЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ (ЭКОНОМИКА)

1. ЭКОНОМИКА СТРАХОВАНИЯ; АКТУАРНЫЕ АСПЕКТЫ СТРАХОВОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
2. ОСОБЕННОСТИ СОСТАВЛЕНИЯ ОТЧЕТНОСТИ СТРАХОВЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ В СООТВЕТСТВИИ С МСФО
  - 2.1. *Общее представление финансовой отчетности.* Состав финансовой отчетности. Элементы финансовой отчетности. Взаимосвязи в элементах финансовой отчетности страховых организаций. Учетная политика. Представление и раскрытие информации. Основные соотношения.
  - 2.2. *Специфика структуры активов и обязательств страховой компании.* Основные соотношения. Допустимые активы для размещения страховых резервов. Прочие активы. Обесценение активов. Признание обязательств, вытекающих из договоров страхования. Страховые резервы. Порядок формирования. Заемные средства. Прочие обязательства.
  - 2.3. *Требования к раскрытию информации страховыми организациями по операциям страхования и перестрахования.* Сфера применения стандарта. Основные определения. Встроенные производные финансовые инструменты. Раздельное представление накопительной составляющей. Временное исключение договоров страхования из сферы действия отдельных стандартов. Тест на адекватность обязательств. Изменения в учетной политике. Учет договоров перестрахования цедентом. Договоры страхования, приобретенные в результате объединения компаний или передачи страхового портфеля. Раскрытие информации в финансовой отчетности.



- 2.4. *Учет расчетов.* Дебиторы и кредиторы. Отражение расчетов по аренде. Изменение курсов пересчета валют. Признание и оценка дебиторской и кредиторской задолженности. Создание резерва под «плохих» дебиторов. Представление информации в нетто-оценке.
- 2.5. *Финансовые инструменты.* Классификация финансовых инструментов. Первоначальное признание и оценка. Последующая оценка финансовых инструментов. Прекращение признания финансовых инструментов. Представление и раскрытие информации в финансовой отчетности. Учет по справедливой стоимости. Учет по амортизируемой стоимости. Производные финансовые инструменты.
- 2.6. *Учет расходов и прочих доходов.* Расходы отчетного периода. Понятие аквизиционных расходов. Методы расчета и представления в финансовой отчетности отложенных аквизиционных расходов. Расходы будущих периодов. Доходы будущих периодов.
- 2.7. *Отчет о движении денежных средств.* Прямой метод построения Отчета. Косвенный метод построения Отчета.
- 2.8. *Учетная политика страховой организации по МСФО.* Проверка адекватности и уместности закрепленных в учетной политике принципов. Проверка соответствия раскрытия этих принципов в пояснительной записке к ФО.
- 2.9. *Финансовый обзор.* Принятые в международной практике методы оценки платежеспособности страховой организации. Принятые в международной практике ограничения по размещению средств резервов страховщиков. Проверка соблюдения правил размещения. Оценка эффективности размещения.



### 3. ПОНЯТИЕ ОБ ИНВЕСТИЦИОННЫХ АСПЕКТАХ СТРАХОВАНИЯ

Рынок ценных бумаг; биржа и организованные системы внебиржевой торговли ценными бумагами. Ценные бумаги: акции, облигации, государственные ценные бумаги, векселя, прочие ценные бумаги. Математическая модель биржевых операций. Арбитраж. Полные и неполные рынки. Опционы (европейские и американские опционы и пр.), фьючерсы и прочие производные ценные бумаги. Математические методы определения цен на производные ценные бумаги. Построение оптимальных портфелей.

## II. БАЗОВЫЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ (МАТЕМАТИКА)

### 1. ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Процент, дисконт и ставка дисконтирования. Простой, сложный, переменный процент. Эффективная ставка процента. Номинальная ставка процента. Непрерывное начисление процентов. Анализ детерминированных финансовых потоков. Накопленная, приведенная и современная стоимость. Расчет финансовых рент.

### 2. БАЗОВЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Случайные события. Случайные величины и их характеристики (функции распределения, моменты, ковариация). Основные распределения (пуассоновское, биномиальное, геометрическое, отрицательное биномиальное, показательное, нормальное, Парето, Гамма,  $\chi^2$  и проч.) и их свойства. Независимость. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.





3. **БАЗОВЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**  
Эмпирические распределения, моменты и семиинварианты. Теория оценивания параметров. Оценка параметров некоторых распределений. Метод наименьших квадратов. Метод максимального правдоподобия. Теория проверки (параметрических и непараметрических) гипотез. Критерии согласия. Факторный и регрессионный анализ.
4. **БАЗОВЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**  
Основные понятия теории случайных процессов. Примеры случайных процессов в теории риска. Процесс наступления страховых случаев. Процесс рискованного резерва. Пуассоновский процесс. Сложный пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Временные ряды. Цепи Маркова и марковские процессы. Предельные теоремы для случайных процессов.

### **III. АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ**

1. **МОДЕЛИ ДОЖИТИЯ И ТАБЛИЦЫ СМЕРТНОСТИ**  
Функция дожития, продолжительность предстоящей жизни для лица в возрасте  $x$ , пошаговая продолжительность предстоящей жизни, интенсивность (сила) смертности, таблицы смертности, связь функций, содержащихся в таблице смертности, с функцией дожития, совокупность детерминированного дожития, рекуррентные формулы, аппроксимация смертности для дробных возрастов, аналитические законы смертности (Гомпертца, Мэйкхема и проч.), селекционные и заключительные таблицы, actuarial функции для нескольких лиц.



2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НАСТОЯЩИХ (ПРИВЕДЕННЫХ) СТОИМОСТЕЙ БАЗОВЫХ ДОГОВОРОВ СТРАХОВАНИЯ ЖИЗНИ

Понятие actuarial настоящей (приведенной) стоимости. Вычисление actuarial настоящей (приведенной) стоимости договоров (бессрочного страхования на случай смерти, на случай смерти на срок  $n$  лет, страхования на дожитие на срок  $n$  лет, смешанного страхования на срок  $n$  лет) с выплатами в момент смерти. Вычисление actuarial настоящей (приведенной) стоимости договоров с выплатами, производимые в конце года смерти. Соотношения между страховыми договорами с выплатами в момент смерти и в конце года смерти.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ НАСТОЯЩИХ (ПРИВЕДЕННЫХ) СТОИМОСТЕЙ БАЗОВЫХ СТРАХОВЫХ АННУИТЕТОВ

Вычисление actuarial настоящей (приведенной) стоимости непрерывно выплачиваемых страховых аннуитетов. Вычисление actuarial настоящей (приведенной) стоимости страховых аннуитетов с дискретными выплатами (пренумерандо, постнумерандо). Страховые аннуитеты с выплатами  $m$  раз в год. Аннуитеты пренумерандо и аннуитеты постнумерандо с корректирующим платежом.

4. НЕТТО–ПРЕМИИ. ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Принципы расчета премий (принципы ожидаемой полезности; принцип эквивалентности). Вычисление нетто–премий в непрерывных моделях. Вычисление нетто–премий в дискретных моделях. Премии, выплачиваемые  $m$  раз в год.



5. НЕТТО–РЕЗЕРВЫ

Принципы расчета нетто–резервов. Нетто–резервы в непрерывных моделях. Нетто–резервы в дискретных моделях. Нетто–резервы в случае премий, выплачиваемых  $m$  раз в год. Нетто–резервы для договоров страхования, допускающих непостоянные страховые выплаты и премии. Распределение риска по годам действия договора страхования.

6. МОДЕЛИ ВЫБЫТИЯ ПО НЕСКОЛЬКИМ ПРИЧИНАМ (МУЛЬТИДЕКРЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ)

7. МОДЕЛИ СТРАХОВАНИЯ, УЧИТЫВАЮЩИЕ РАСХОДЫ

Включение расходов в модель и бухгалтерский учет. Выкупные суммы. Виды расходов. Основы бухгалтерского учета для модели с единственным декрементом.

#### IV. АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА ПО ВИДАМ СТРАХОВАНИЯ ИНЫМ, ЧЕМ СТРАХОВАНИЕ ЖИЗНИ

1. МОДЕЛИ КОЛЛЕКТИВНОГО И ИНДИВИДУАЛЬНОГО РИСКА; РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОГО УЩЕРБА. ИСЧИСЛЕНИЕ ПРЕМИЙ

Модель индивидуального риска. Модель коллективного риска. Распределение суммарного числа страховых случаев. Распределение суммарного ущерба. Точные и приближенные методы вычислений. Исчисление премий на основе принципа эквивалентности обязательств.



2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ПЕРЕСТРАХОВАНИИ

Основные концепции перестрахования (договоры ретроцессии, факультативное и облигаторное перестрахование, пропорциональное и непропорциональное перестрахование). Актуарные методы расчета перестраховочных премий (experience rating, exposure rating). Расчет премий в непропорциональном перестраховании с использованием кривых риска (exposure curves; в т.ч. понятие о стандартных кривых  $Y1 - Y4$ ).

3. АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РИСКА И ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОСТЬ СТРАХОВЩИКА

Модель коллективного риска; модель Лундберга–Крамера–Андерсена. Вероятности разорения за конечное и бесконечное время. Методы расчетов. Определение уровней платежеспособности. Математическая модель страховых циклов.

4. АПОСТЕРИОРНЫЕ РЕЙТИНГОВЫЕ СИСТЕМЫ И АКТУАРНЫЕ МОДЕЛИ В АВТОСТРАХОВАНИИ

Априорные критерии классификации. Апостериорные критерии классификации. Системы бонус–малус. Актуарные методы расчета сбалансированности систем бонус–малус.

5. МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

Аналитические методы (в т.ч. статистические параметрические и непараметрические методы оценивания, критерии согласия). Методы имитационного моделирования.



6. МЕТОДЫ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ, В Т.Ч. ДЛЯ ПРОИЗОШЕДШЕГО, НО НЕ ЗАЯВЛЕННОГО ИЛИ НЕ УРЕГУЛИРОВАННОГО УЩЕРБА

Треугольники развития. Типы резервов. Таблицы треугольников развития, коэффициенты развития. Метод цепной лестницы. Поправка на инфляцию.



## Учебная база: Источники финансирования

- Лемер Ж. *Автомобильное страхование. Actuarные модели.* Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 1989, 307 с.
- Лемер Ж. *Системы бонус-малус в автомобильном страховании.* Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 1989, 259 с.

ОСАО «ИНГОССТРАХ»

- Лемер Ж. *Автомобильное страхование. Actuarные модели.* Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 2003, 307 с.
- Лемер Ж. *Системы бонус-малус в автомобильном страховании.* Перев. с англ., изд. 2-е. М.: Янус-К, 2003, 259 с.

ГСК «ЮГОРИЯ»  
ООО «Страховая компания «ОРАНТА»  
САО «ГЕФЕСТ»



- Савич С.Е. *Элементарная теория страхования жизни и трудоспособности*. Изд. 3-е, исправленное, с дополнениями. М.: Янус-К, 2003, 496 с.

ЗАО «Городская страховая компания»  
НПФ «Благосостояние»  
НПФ «Русский фонд пенсионной опеки»  
НПФ «ТНК–Владимир»  
САО «ГЕФЕСТ»

- Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. *Актуарная математика*. Перев. с англ., М.: «Янус-К», 2001, 644 с.

ОСАО «ИНГОССТРАХ»  
СГ «МЕГАРУСС»  
ЗАО «Городская страховая компания»  
ООО СФ «Согласие»

- Панджер Х., Бойль Ф., Кокс С., Дюфрень Д., Гербер Х., Мюллер Х., Педерсен Х., Плиска С., Шеррис М., Шю Э., Тан К.С. *Финансовая экономика с приложениями к инвестированию, страхованию и пенсионному делу*. Перев. с англ., М.: «Янус-К», 2005, 564 с.

ЗАО «ИФД КапиталЪ»  
НПФ «ГАЗФОНД»  
ООО «Страховая компания «ОРАНТА»



# Актуарии — ПРАКТИЧЕСКАЯ профессия, или о подготовке российских актуариев по международным стандартам — II

## БАЗОВЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ (CORE APPLICATIONS)

Углубленные сведения об actuarial приложениях (Broad education in actuarial applications)

Обучение и оценка на практических примерах и курсах (Taught and assessed by practical examples and courses)

Экзамены по активам и инвестициям (Exam on assets and investments)

Экзамены по балансу активов и обязательств (Exam on liabilities and asset/liability issues)

Работы по прикладному моделированию (Applied modelling course communications paper)





*28<sup>th</sup> International Congress of Actuaries*    *May 28 – June 2 2006*

*28<sup>e</sup> Congrès International des Actuaries*    *28 mai 28 – 2 juin 2006*

# RISK THEORY INSIGHT INTO THE ASSET–LIABILITY AND SOLVENCY ADAPTIVE MANAGEMENT

*Vsevolod K. Malinovskii*



## Basic preliminaries

From Daykin et al. (Daykin, C.D., Pentikäinen, T., Pesonen, M. *Practical Risk Theory for Actuaries*. Chapman and Hall, London, etc., 1996, Chapter 1, Section 5.5, pp. 154):

“It is worth mentioning that the classical analytical methods and simulation should not be regarded as being in competition. A general rule is that an analytical technique should always be used wherever it is tractable. On the other hand, the temptation should be resisted to manipulate the premises of the model in order to make the analytical calculations possible, if that can only be done at the cost of the applicability of the model to real-world conditions. If that is done, as is often the case in theoretically-orientated risk theory, a warning of the restricted applicability — or non-applicability — should be clearly given. The wide realm of application of simulation methods begins at the frontier where other methods become intractable.”

PROPOSITION 1. In the classical risk model

$$\psi_t(u, \tau) = \psi(u, \tau) - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(x, u, t) dx$$

for any  $u > 0$ , where

$$\psi(u, \tau) = \begin{cases} (\lambda/c\mu) \exp\{-u\mu(1 - \lambda/c\mu)\}, & c\mu/\lambda > 1, \\ 1, & c\mu/\lambda \leq 1, \end{cases}$$



and

$$\begin{aligned}
 f(x, u, t) &= (\lambda/c\mu)(1 + \lambda/c\mu - 2\sqrt{\lambda/c\mu} \cos x)^{-1} \\
 &\times \exp \left\{ u\mu \left( \sqrt{\lambda/c\mu} \cos x - 1 \right) - \lambda t(c\mu/\lambda) \left( 1 + \lambda/c\mu - 2\sqrt{\lambda/c\mu} \cos x \right) \right\} \\
 &\times \left[ \cos \left( u\mu\sqrt{\lambda/c\mu} \sin x \right) - \cos \left( u\mu\sqrt{\lambda/c\mu} \sin x + 2x \right) \right].
 \end{aligned}$$

DEFINITION 1. The *target value* of the risk reserve corresponding to a level  $0 < \alpha < 1$  is the value  $u_{\lambda,\mu}(\alpha, t)$  which satisfies the equation  $\psi_t(u; 0) = \mathbf{P}\{\inf_{0 < s \leq t} R_s(u, 0) < 0\} = \alpha$ .

THEOREM 1. *One has*

$$u_{\lambda,\mu}(\alpha, t) = u(\alpha, \lambda t)/\mu,$$

where  $u(\alpha, t)$  is a solution of the non-linear equation

$$\int_0^\pi f_t(x, u, 0) dx = \pi(1 - \alpha), \tag{1}$$

where  $f_t(x, u, 0) = \exp\{-(1 - \cos x)(u + 2t)\} \frac{\cos(u \sin x) - \cos(u \sin x + 2x)}{2(1 - \cos x)}$ .

THEOREM 2. *One has*

$$u(\alpha, t) = c(\alpha)\sqrt{t}(1 + \bar{o}(1)), \quad \text{as } t \rightarrow \infty,$$

where  $c(\alpha) = \sqrt{2} \Phi_{\{0,1\}}^{-1}(1 - \alpha/2)$ .

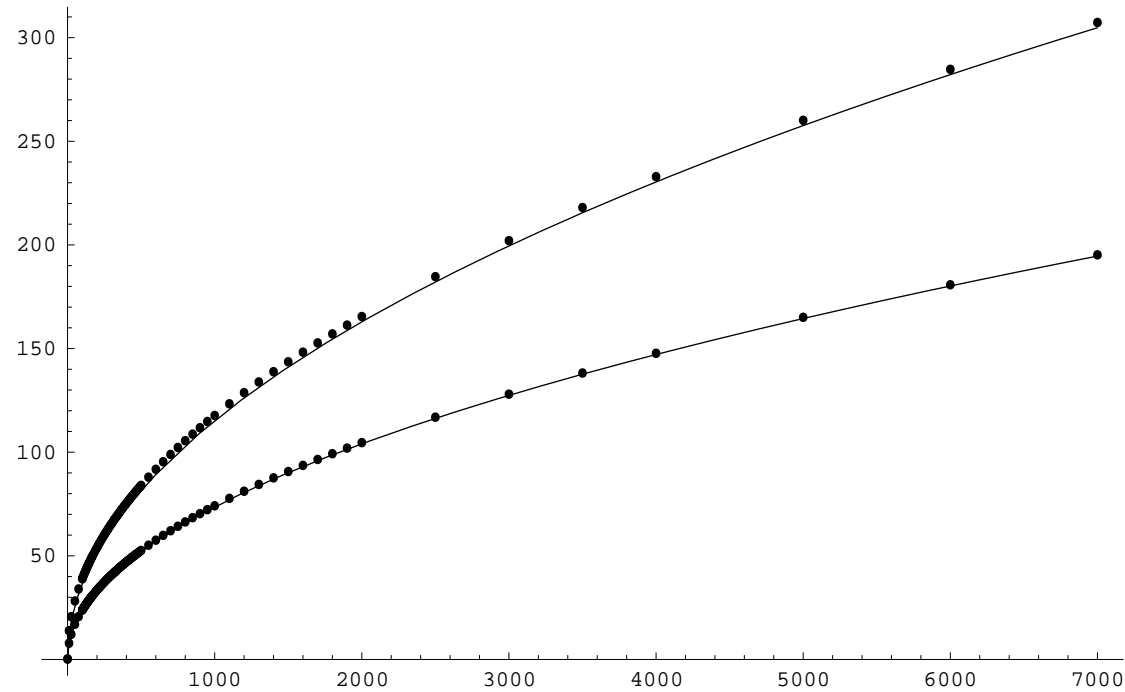


FIGURE 1. Dotted graphs: exact values of  $u(\alpha, t)$  calculated numerically using the equation (1) for  $\alpha = 0.1$  (lower) and  $\alpha = 0.01$  (upper); solid line: approximation  $c(\alpha)\sqrt{t}$  with  $c(0.1) = 2.32617$  (lower) and  $c(0.01) = 3.64277$  (upper).



## A Zone Adaptive Control Strategy

DEFINITION 2. Consider the basic adaptive strategy

$$u_{z,t} = u_{\lambda,\mu}(\alpha, t) + z \quad \text{and} \quad \tau_{z,t} = -\frac{\mu}{\lambda t}z,$$

where case  $z < 0$  means deficit, case  $z > 0$  means surplus. The *lower zone limit* of level  $\beta$ ,  $0 < \alpha < \beta < 1$ , is  $\underline{u}_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) = u_{\lambda,\mu}(\alpha, t) + z$ , where  $z$  is deficit (i.e.,  $z < 0$ ) which satisfies the equation

$$\psi_t(u_{z,t}; \tau_{z,t}) = \mathbf{P}\left\{ \inf_{0 < s \leq t} R_s(u_{z,t}, \tau_{z,t}) < 0 \right\} = \beta.$$

Denote it by  $z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t)$ .

$$u_{z,t} = \begin{cases} \underline{u}_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t), & z < z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t), \\ u_{\lambda,\mu}(\alpha, t) + z, & z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) \leq z \leq 0, \\ u_{\lambda,\mu}(\alpha, t), & z > 0, \end{cases} \quad \tau_{z,t} = \begin{cases} \bar{\tau}_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t), & z < z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t), \\ -\frac{\mu}{\lambda t}z, & z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) \leq z \leq 0, \\ 0, & z > 0. \end{cases}$$

It is noteworthy that this procedure is akin to one in the **Article 16 [a] of Directive 2002/13/EC of the European Parliament and of the Council of 5 March 2002, Brussels, 5 March 2002.**



One has

$$\begin{aligned}
 \underline{u}_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) &= \frac{\sqrt{2\lambda t}}{\mu} (c_\alpha - x_{\alpha,\beta})(1 + \bar{o}(1)), & u_{\lambda,\mu}(\alpha, t) &= \frac{\sqrt{2\lambda t}}{\mu} c_\alpha (1 + \bar{o}(1)), \\
 z_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) &= -\frac{\sqrt{2\lambda t}}{\mu} x_{\alpha,\beta} (1 + \bar{o}(1)), & \bar{\tau}_{\lambda,\mu}(\alpha, \beta, t) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda t}} x_{\alpha,\beta} (1 + \bar{o}(1)),
 \end{aligned}$$

as  $t \rightarrow \infty$ .

$$w_0 \underbrace{\xrightarrow{\gamma_0} (u_0, \tau_0) \xrightarrow{\pi_1} w_1}_{\text{1-st year}} \cdots \xrightarrow{\pi_{k-1}} w_{k-1} \underbrace{\xrightarrow{\gamma_{k-1}} (u_{k-1}, \tau_{k-1}) \xrightarrow{\pi_k} w_k}_{\text{k-th year}} \cdots$$

- TARGETING
- SOLVENCY
- RANGE OF PREMIUM OSCILLATION
- DYNAMIC SOLVENCY PROVISION